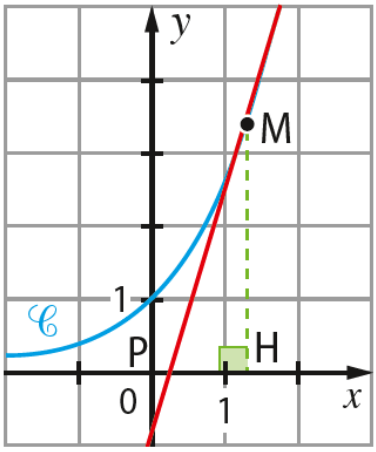
Activités découvertes de la fonction exponentielle

Activité 1 — Une sous-tangente constante

Objectif
Introduire la fonction exponentielle.

⇨ Cours 1
Fonction exponentielle

On se propose de déterminer une fonction f strictement positive et dérivable sur $\mathbb{R}$, dont la courbe représentative $\mathcal{C}_f$ possède la propriété suivante :
« Pour tout point M de la courbe, si P est le point d'intersection de la tangente T en M avec l'axe des abscisses et H le projeté orthogonal de M sur cet axe, alors la distance PH est égale à 1. »
Le segment [PH] est appelé **sous-tangente** en M à la courbe $\mathcal{C}_f$.



1 On note a l'abscisse d'un point quelconque M de $\mathcal{C}_f$.
Écrire, en fonction de a, une équation de la tangente T en M à la courbe $\mathcal{C}_f$.

2 Montrer que l'abscisse du point P est égale à $a - \dfrac{f(a)}{f'(a)}$.

3 En déduire que la fonction f cherchée vérifie la condition $\left|\dfrac{f(a)}{f'(a)}\right| = 1$.

4 Conclure que la fonction f vérifie l'une des égalités $f' = f$ ou $f' = -f$.

5 Existe-t-il une fonction usuelle de la classe de Seconde qui vérifie $f' = f$ ou $f' = -f$?

Activité 2

Objectif
Introduire la fonction exponentielle.

⇨ Cours 1
Fonction exponentielle

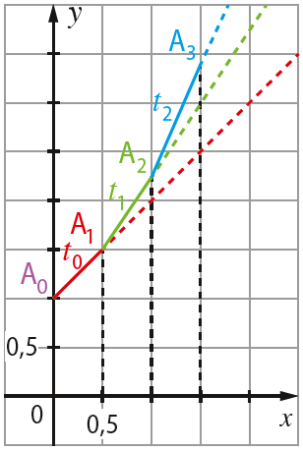
Point Histoire

Cette façon d'obtenir une « approximation » de la courbe d'une fonction connaissant sa dérivée et l'image d'un point est appelée méthode d'Euler. **Leonhard Euler** est un mathématicien suisse (1707-1783).

Vers l'exponentielle par la méthode d'Euler

On suppose qu'il existe une fonction f dérivable sur $\mathbb{R}$ telle que $f' = f$ et $f(0) = 1$.
En s'appuyant sur le fait qu'au voisinage d'un point, une courbe et sa tangente en ce point sont très proches, on va construire une « approximation » par des segments de la courbe représentative $\mathcal{C}$ de cette fonction sur l'intervalle [0 ; 2].

1 Soit A_0 le point de $\mathcal{C}$ d'abscisse 0 et T_0 la tangente à $\mathcal{C}$ en ce point A_0.
a. Donner les coordonnées de A_0.
b. Justifier que le coefficient directeur de T_0 est égal à 1.
c. Placer le point A_0 dans un repère et tracer la tangente T_0.
d. On nomme A_1 le point de T_0 d'abscisse 0,5.
Calculer l'ordonnée de A_1.



2 La tangente T_0 à $\mathcal{C}$ au point d'abscisse 0 étant très proche de $\mathcal{C}$ sur l'intervalle [0 ; 0,5], on la remplace par le segment $[A_0A_1]$.
a. Justifier que si le point A_1 était sur $\mathcal{C}$, le coefficient directeur de la tangente à $\mathcal{C}$ en ce point A_1 serait égal à 1,5.
b. Tracer la droite T_1 passant par A_1 et de coefficient directeur 1,5.
c. On nomme A_2 le point de T_1 d'abscisse 1.
Montrer que les coordonnées de A_2 sont (1 ; 2,25).

3 Sur l'intervalle [0,5 ; 1], on remplace la courbe $\mathcal{C}$ par le segment $[A_1A_2]$.
a. Si le point A_2 était sur $\mathcal{C}$, quel serait le coefficient directeur c_2 de la tangente à $\mathcal{C}$ en ce point ?
b. Tracer la droite T_2 passant par A_2 et de coefficient directeur c_2.
c. On nomme A_3 le point de T_2 d'abscisse 1,5.
Calculer les coordonnées de A_3.

4 **a.** Soit c_3 l'ordonnée du point A_3.
Tracer la droite T_3 passant par A_3 et de coefficient directeur c_3.
b. On nomme A_4 le point de T_3 d'abscisse 2.
Vérifier que l'ordonnée du point A_4 est égal à 5,062 5.
c. Construire le segment $[A_3A_4]$.
La ligne brisée constituée des segments $[A_0A_1]$, $[A_1A_2]$, $[A_2A_3]$, $[A_3A_4]$ est une approximation d'une partie de la courbe d'une nouvelle fonction qui s'appelle la fonction exponentielle.

Animation :
https://cabricloud.com/ed/bordas/cabri/?clmc=https://biblio.editions-bordas.fr/epubs/BORDAS/bibliomanuels/ressources/9782047336281/06_Indice1re_activite2.clmc